

Activités Recherche et Tri

Principe

Les activités suivantes ont pour but d'expérimenter la *recherche* et le *tri* en appliquant des méthodes proches de celles utilisées par les machines.

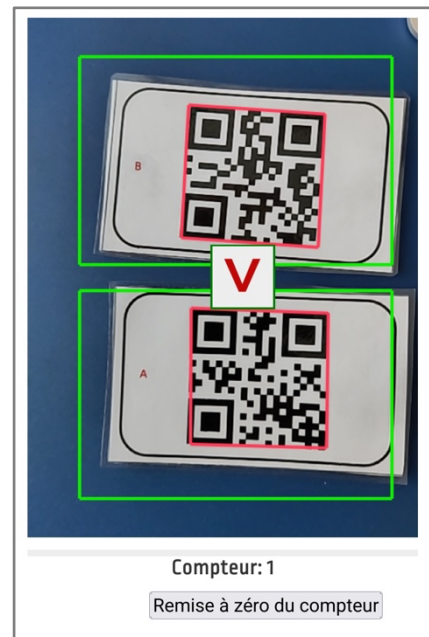
Le principe est le suivant:

Le verso des cartes porte une valeur numérique et le recto un QR-code et une lettre de classement.

Une Web App de comparaison permet de scanner les QR codes et indique si la valeur d'une carte est **plus petite (<)**, **égale (=)** ou **plus grande (>)** que l'autre.

Un compteur permet d'enregistrer le nombre de comparaisons nécessaires pour atteindre l'objectif donné en exercice.

Pour utiliser la Web App il suffit d'ouvrir un navigateur sur son téléphone et aller sur la page <https://www.freddm.me>



Recherche

Combien de comparaisons sont nécessaires en moyenne pour retrouver une carte dans un certain ensemble?

Activité R – 1

Prendre les cartes de **T** à **Z** (les 7 dernières cartes) et les placer dans l'ordre suivant :

T U V W X Y Z

Remettre le compteur à zéro, prendre les cartes **A**, **F** et **G** en plus des autres.

On peut comparer les cartes à la carte recherchée progressivement par la gauche ou par la droite.

- Effectuer les comparaisons nécessaires pour trouver dans les cartes sélectionnées la carte qui a la même valeur que la carte recherchée. Remplir les deux premières colonnes du tableau.
- Quel serait le nombre de comparaisons à faire en moyenne, si l'on teste les cartes au hasard ? Remplir la dernière colonne du tableau.

Carte recherchée	Nb. comparaisons Par la gauche	Nb. comparaisons Par la droite	Nb. comparaisons En moyenne
A	3	5	4
F	2	6	4
G	6	2	4
Moyenne	11/3 = 3.67	13/3 = 4.33	4

Activité R – 2

Prendre les cartes de **T** à **Z** (les 7 dernières cartes) et les placer dans l'ordre suivant :

T Z Y V X U W

- Utiliser l'app pour vérifier que les cartes sont bien triées dans l'ordre croissant

Activité R – 3

Remettre le compteur à zéro, prendre les cartes **A**, **F** et **G** en plus des autres.

- Comme pour l'activité R-1, effectuer les comparaisons nécessaires pour trouver dans les cartes sélectionnées la carte qui a la même valeur que la carte recherchée.

Carte recherchée	Nb. comparaisons Par la gauche	Nb. comparaisons Par la droite	Nb. comparaisons En moyenne
A	4	4	4
F	6	2	4
G	3	5	4
Moyenne	$13/3 = 4.33$	$11/3 = 3.67$	4

Question : Est-ce que la recherche est plus efficace avec les cartes triées?

Recherche dichotomique

pour **n** cartes avec $n = 2^k - 1$: (fonctionne avec un ensemble trié)

- On part de la carte en position $l = 2^{k-1}$ (position du milieu)
- On effectue la comparaison avec cette carte. Si la carte cherchée est plus petite, on se déplace vers la gauche de $l/2$, sinon on se déplace vers la droite de $l/2$ (moitié de ce qu'il reste)
- On répète cette opération avec $l/4$, puis $l/8$, etc. (valeur précédente divisée par 2).

Exemple : pour la carte **M** avec l'ensemble { **T Z Y V X U W** } ($n = 7 = 2^3 - 1$ cartes et $l = 4 = 2^2$):

	Départ	–	Position 0 + 4
Position 4	–	M < V	– Position 4 - 2 => Position 2
Position 2	–	M < Z	– Position 2 - 1 => Position 1
Position 1	–	M = T	– Fin

Activité R – 4

Cartes **T** à **Z** dans l'ordre donné :

T Z Y V X U W

- Utiliser la méthode de la *recherche dichotomique* pour trouver les cartes recherchées.
Remplir les colonnes du tableau.

Carte recherchée	Nombre de comparaisons Recherche dichotomique	Nombre de comparaisons En moyenne
A	1	4
F	2	4
G	3	4
Moyenne	$6/3 = 2$	4

Question : Est-ce que la recherche est plus efficace avec la recherche dichotomique?

Activité R – 5

L'intérêt de la méthode dichotomique apparaît nettement avec l'augmentation de la taille de l'ensemble.

Cartes **L** à **Z** (les 15 dernières cartes) dans l'ordre donné :

M T Z S Y L P V Q X R U N W O

- Utiliser la méthode de la *recherche dichotomique* pour trouver les cartes recherchées.
Remplir les colonnes du tableau.

Carte recherchée	Nombre de comparaisons Recherche dichotomique	Nombre de comparaisons En moyenne
A	1	8
F	2	8
G	4	8
H	4	8
Moyenne	$11/4 = 2.75$	8

Question: Que se passe-t-il si l'ensemble de recherche double, quadruple?

Activité R – 6

Le nombre de comparaisons est très dépendant de l'ensemble choisi. Si l'on décale de 1 carte les résultats peuvent être très différents.

Cartes **K** à **Y** dans l'ordre donné :

M T S Y L P V Q X R U N K W O

- Utiliser la méthode de la *recherche dichotomique* pour trouver les cartes recherchées.
Remplir les colonnes du tableau.

Carte recherchée	Nombre de comparaisons Recherche dichotomique	Nombre de comparaisons En moyenne
A	4	8
F	4	8
G	2	8
H	1	8
Moyenne	$11/4 = 2.75$	8

Tri d'un ensemble

Combien de comparaisons sont nécessaires en moyenne pour trier un ensemble dans l'ordre croissant?

Activité T – 1

Prendre les 7 premières cartes de **A – G** dans l'ordre alphabétique

A B C D E F G

- Trier les cartes du plus petit au plus grand en utilisant l'outil de comparaison.
- Compter le nombre de comparaisons nécessaires.
- Décrire la méthode utilisée (principe et détails).

- Est-ce qu'il est facile de décrire une méthode de tri ?

Activité T – 2

Prendre les 7 cartes suivantes de **H – N** dans l'ordre alphabétique

H I J K L M N

- Trier les cartes du plus petit au plus grand en utilisant la méthode inventée dans l'activité T – 1 .
- Compter le nombre de comparaisons nécessaires.

Méthode de tri par sélection

- On débute avec un ensemble (qui peut être un sous-ensemble).
- On prend la carte **la plus à gauche** que l'on garde dans la main. C'est la carte sélectionnée.
- On compare, les unes après les autres, les cartes à trier avec la carte sélectionnée. Si une carte est plus petite elle devient la nouvelle carte sélectionnée et on remet l'ancienne à sa place originale.
- À la fin d'un passage, la carte sélectionnée représente le minimum de l'ensemble.
- On échange cette carte sélectionnée avec la carte la plus à gauche de l'ensemble. On considère **le nouvel ensemble des cartes** qui est l'ensemble de base sans la carte que l'on vient de placer.
- On **répète** les opérations précédentes **sur le nouvel ensemble** et ainsi de suite.

Méthode de tri à bulle

- On débute avec un ensemble en commençant par la gauche.
- On compare la première carte avec sa voisine de droite. Si la carte de droite est plus petite, on procède à l'échange.
- On répète l'opération avec la seconde carte et sa voisine de droite et ainsi de suite.
- À la fin d'un passage, la carte de droite est plus grande que toutes les autres.
- On considère **le nouvel ensemble des cartes** qui est l'ensemble de base sans la carte de droite.
- On **répète** les opérations précédentes **sur le nouvel ensemble** et ainsi de suite.

Activité T – 3

Prendre les 7 premières cartes de **A – G** et les 7 suivantes **H – N**

- Appliquer la méthode du *tri par sélection* puis la méthode du *tri à bulle*.
- Compter le nombre de comparaisons nécessaires.

Nombre de comparaisons par méthode	Ensemble à trier A B C D E F G	Ensemble à trier G F E D C B A	Ensemble à trier H I J K L M N
Votre Méthode			
Tri par sélection	21	21	21
Tri à bulle	20	18	20

Activité T – 4

Prendre les 14 premières cartes de **A – N** dans l'ordre alphabétique

A B C D E F G H I J K L M N

- Appliquer la méthode du *tri par sélection* puis la méthode du *tri à bulle*.
- Compter le nombre de comparaisons nécessaires.

Nombre de comparaisons par méthode	Tri par Sélection	Tri à bulle	Quick sort (Activité T-6)
A – N	90	85	41

Méthode Quick Sort

- On débute avec un ensemble.
- On choisit une carte en tant que "*pivot*", généralement on prend la dernière de l'ensemble choisi.
- On compare une à une les cartes restantes au *pivot*, en plaçant à gauche les cartes plus petites et à droite les cartes plus grandes ou égales sans changer leur ordre respectif.
- On obtient deux sous-ensembles, l'un avec des valeurs plus petites et l'autre avec des valeurs plus grandes que le *pivot*.
- On **répète** les opérations précédentes **sur chaque sous-ensemble** et ainsi de suite.

Exemple : pour l'ensemble { **S T U V W X Y Z** } :

On choisit **Z** comme *pivot*. Quick Sort donne les sous-ensembles suivants :

{ **T** } { **S U V W X Y** }

Naturellement la partie de gauche { **T** } est donc triée. On considère { **S U V W X Y** }.

On choisit **Y** comme *pivot*. Quick Sort donne les sous-ensembles suivants :

{ **T Z** } { **S V** } { **X U W** }

On considère { **S V** }, comme il n'y a que 2 cartes, le tri est immédiat. La partie de gauche est triée.

{ **T Z S V Y** } { **X U W** }

On considère { **X U W** }

On choisit **W** comme *pivot*. Quick Sort donne les sous-ensembles suivants :

{ **T Z S V Y** } { **X U** } **W**

Il reste à trier { **X U** } par une simple comparaison. Le tri définitif est :

{ T Z S V Y X U W }

Activité T – 5

- Appliquer la méthode du *quick sort* aux ensembles suivants:
- Compter le nombre de comparaisons nécessaires.

Nombre de comparaisons par méthode	Ensemble à trier A B C D E F G	Ensemble à trier G F E D C B A	Ensemble à trier H I J K L M N
Quick Sort	11	10	13

Activité T – 6

- Appliquer la méthode du *quick sort* à l'ensemble **A – N**
- Compter le nombre de comparaisons nécessaires.
- Ajouter votre décompte dans le tableau de l'activité T-4.

- Comment varie le nombre de comparaisons avec la taille de l'ensemble à trier ?

Estimation du nombre de comparaisons

Nombre de comparaisons par méthode	Taille 7	Taille 14	Taille 100	Taille 1000	Taille 1'000'000
Bulle ou Sélection	22	89	4500	450'000	$4.5 \cdot 10^{11}$
Quick Sort	14	40	500	7500	$1.5 \cdot 10^7$

A – G Quick sort 11 coups

H – N 13 coups

O – U 13 coups

	A – G	H – N	O – U
Quick Sort	11	13	13
Descente plus petit	15	15	16
	G – A	A – H	A – J
Quick Sort	11	13	18
Descente plus petit	15	13	
	A – G	A – H	A – J
Quick Sort	11	13	18
Descente plus petit	14	18	22